2014年　東大数学　文系第3問⑤　(包絡線)

$\boxed{\text{解法6}}$ 包絡線の利用

パラメーターで降べきの順に並べる。　絶対ではない。

ここまでは、解の配置と同じ

パラメータで微分する。

微分前と微分後を連立する。

③ $\Leftrightarrow$ $2p^2-2(s+3)p+3s+\sqrt{3}t=0$　解法Bと同じような開始。

$f(p)=2p^2-2(s+3)p+3s+\sqrt{3}t$ とおくと、

$f'(p)=4p-2(s+3)$ である。

$f(p)=0$ と $f'(p)=0$ を連立する。

$f'(p)=0$ から、　$s=2p-3$ ← これが接点。

$f(p)=0$ に代入して、

$$2\times\left(\frac{s+3}{2}\right)^2-2(s+3)\times\frac{s+3}{2}+3s+\sqrt{3}t=0$$

$$\therefore\ t=\frac{\sqrt{3}}{6}s^2+\frac{3\sqrt{3}}{2}$$ ← 接する曲線。

よって、③の直線(線分)は $t=\frac{\sqrt{3}}{6}s^2+\frac{3\sqrt{3}}{2}$ に $s=2p-3$ で常に接することがわかった。

$0\leqq p\leqq 2$ より

$-3\leqq s=2p-3\leqq 1$ なので、

接点は $-3\leqq s\leqq 1$ である。

よって $t=\frac{\sqrt{3}}{6}s^2+\frac{3\sqrt{3}}{2}$ に接する直線を接点 $-3\leqq s\leqq 1$ で動かすので、